

Inhaltsverzeichnis

Vorwort	v
Notationen	xiii
1 Aussagenlogik	1
1.1 Boolesche Funktionen und Formeln	2
1.2 Semantische Äquivalenz und Normalformen	9
1.3 Tautologien und aussagenlogisches Folgern	14
1.4 Ein vollständiger Kalkül für das Folgern	18
1.5 Anwendungen des Kompaktheitssatzes	25
1.6 Hilbert-Kalküle	29
2 Prädikatenlogik	33
2.1 Mathematische Strukturen	34
2.2 Syntax elementarer Sprachen	43
2.3 Semantik elementarer Sprachen	49
2.4 Allgemeingültigkeit und logische Äquivalenz	58
2.5 Logisches Folgern und der Theoriebegriff	62
2.6 Spracherweiterungen	67
3 Der Gödelsche Vollständigkeitssatz	71
3.1 Ein Kalkül des natürlichen Schließens	72
3.2 Der Vollständigkeitsbeweis	76

3.3	Erste Anwendungen – Nichtstandardmodelle	81
3.4	ZFC und die Paradoxie von Skolem	87
3.5	Aufzählbarkeit und Entscheidbarkeit	92
3.6	Vollständige Hilbert-Kalküle	95
3.7	Fragmente der 1. Stufe und Erweiterungen	99
4	Grundlagen der Logikprogrammierung	105
4.1	Termmodelle und der Satz von Herbrand	106
4.2	Aussagenlogische Resolution	112
4.3	Unifikation	119
4.4	Logikprogrammierung	122
4.5	Der Beweis des Hauptsatzes	129
5	Elemente der Modelltheorie	131
5.1	Elementare Erweiterungen	132
5.2	Vollständige und κ -kategorische Theorien	137
5.3	Das Ehrenfeucht-Spiel	142
5.4	Einbettungs- und Charakterisierungssätze	145
5.5	Modellvollständigkeit	151
5.6	Quantorenelimination	157
5.7	Reduzierte Produkte und Ultraprodukte	163
6	Unvollständigkeit und Unentscheidbarkeit	167
6.1	Rekursive und primitiv-rekursive Funktionen	169
6.2	Gödelisierung	176
6.3	Repräsentierbarkeit arithmetischer Prädikate	182
6.4	Der Repräsentationssatz	189
6.5	Die Sätze von Gödel, Tarski, Church	194
6.6	Übertragung durch Interpretation	200
6.7	Die arithmetische Hierarchie	205

7 Zur Theorie der Selbstreferenz	209
7.1 Die Ableitungsbedingungen	210
7.2 Die Theoreme von Gödel und Löb	217
7.3 Die Modallogik G	221
7.4 Modale Behandlung der Selbstreferenz	223
7.5 Eine bimodale Beweislogik für PA	226
7.6 Modale Operatoren in ZFC	228
 Lösungshinweise zu den Übungen	 231
 Literatur	 241
 Stichwortverzeichnis	 247
 Symbolverzeichnis	 255