

Inhaltsverzeichnis

1	Einführung	1
1.1	Allgemeine Grundbegriffe	1
1.2	Autonome Differentialgleichungen und Vektorfelder	2
1.3	Zeitabhängige Differentialgleichungen und Richtungsfelder	7
1.4	Anfangswertprobleme	8
1.5	Differentialgleichungen mit getrennten Veränderlichen	9
1.6	Übungsaufgaben	10
2	Der Existenzsatz von Peano	17
2.1	Das Polygonzugverfahren	17
2.2	ε -Näherungslösungen	20
2.3	Ein topologisches Resultat	24
2.4	Lokale Lösbarkeit von Anfangswertproblemen	27
2.5	Das Auswahlaxiom	30
2.6	Übungsaufgaben	33
3	Globale Existenz und Eindeutigkeit	37
3.1	Fortsetzen von Lösungen	37
3.2	Maximale Lösungen	41
3.3	Das Gronwallsche Lemma	44
3.4	Eine lokale Lipschitzbedingung impliziert Eindeutigkeit	47
3.5	Der Laplacesche Dämon	50
3.6	Übungsaufgaben	52
4	Phasenportraits und Stabilität	55
4.1	Die allgemeine Lösung	55
4.2	Hamiltonsche Differentialgleichungen in der Ebene	58
4.3	Exakte Differentialgleichungen in der Ebene	61
4.4	Pfaffsche Formen	62
4.5	Integrierende Faktoren und erste Integrale	64
4.6	Volterra's drei Gesetze	67
4.7	Die direkte Methode von Ljapunow	73
4.8	Asymptotische Stabilität mit der direkten Methode	77
4.9	Übungsaufgaben	82

5	Lineare Differentialgleichungen	85
5.1	Das Superpositionsprinzip	85
5.2	Lineare Differentialgleichungen 1. Ordnung	87
5.3	Variation der Konstanten	91
5.4	Übungsaufgaben	92
6	Autonome lineare Systeme	95
6.1	Die Exponentialfunktion für Matrizen	95
6.2	Der Lösungsraum eines autonomen linearen Systems	99
6.3	Stabilität autonomer linearer Systeme	107
6.4	Linearisierte asymptotische Stabilität	109
6.5	Übungsaufgaben	112
7	Stetigkeit und Differenzierbarkeit	115
7.1	Stetigkeit der allgemeinen Lösung	115
7.2	Tubenumgebungen	116
7.3	Der Picard-Operator	119
7.4	Differenzierbarkeit der allgemeinen Lösung	123
7.5	Bemerkungen zur stetigen Abhängigkeit	127
7.6	Übungsaufgaben	127
8	Dynamische Systeme und lokale Flüsse	131
8.1	Globale dynamische Systeme	131
8.2	Allgemeine dynamische Systeme	132
8.3	Trajektorien	136
8.4	Flüsse	138
8.5	Endliche Entweichzeiten	140
8.6	Übungsaufgaben	144
9	Langzeitverhalten von Lösungen	147
9.1	Positiv invariante Teilmengen	147
9.2	Die Subtangentenbedingung	149
9.3	Limesmengen und Attraktoren	154
9.4	Übungsaufgaben	159
10	Die Liouvillesche Volumenformel	161
10.1	Das Jordansche Volumen im euklidischen Raum	161
10.2	Integration auf Jordan-messbaren Mengen	164
10.3	Die Liouvillesche Volumenformel	167
10.4	Diffeomorphismen und Transformationsformel	172
10.5	Beweis der Liouvilleschen Volumenformel	175
10.6	Der Poincarésche Wiederkehrsatz	177
10.7	Der Maxwellsche Dämon	179
10.8	Übungsaufgaben	181

Anhang	183
A Topologische Grundlagen	185
A.1 Topologische Räume	185
A.2 Häufungspunkte, isolierte Punkte, innere Punkte	186
A.3 Produkt zweier topologischer Räume	186
A.4 Metrische Räume	187
A.5 Konvergenz und metrische Vollständigkeit	188
A.6 Dichte Mengen und Überdeckungen	191
A.7 Stetigkeit	193
A.8 Funktionenräume	196
A.9 Der Banachsche Fixpunktsatz und eine Verallgemeinerung	197
A.10 Lokalkompaktheit und kompakt-offene Ausschöpfungen	199
A.11 Grenzwerte numerischer Funktionen	201
A.12 Übungsaufgaben	202
B Übersetzungen fremdsprachlicher Zitate	205
C Lösungen ausgewählter Übungsaufgaben	207
C.1 Einführung	207
C.2 Der Existenzsatz von Peano	216
C.3 Globale Existenz und Eindeutigkeit	220
C.4 Phasenportraits und Stabilität	226
C.5 Lineare Differentialgleichungen	227
C.6 Autonome lineare Systeme	229
C.7 Stetigkeit der allgemeinen Lösung	230
C.8 Dynamische Systeme und lokale Flüsse	230
C.9 Langzeitverhalten von Lösungen	231
C.10 Die Liouvillesche Volumenformel	232
C.11 Topologische Grundlagen	233
D Symbolverzeichnis	235
Literaturverzeichnis	237
Stichwortverzeichnis	239